

기계공학기초실험1

점도 측정 실험 : 낙구점도계
(김동주 교수)

학습할 내용

○ 유체역학 이론

- 점성계수, 동점성계수
- 레이놀즈 수(Reynolds number)
- 부력 (유체역학 교재 2장)
- 항력, 항력계수(Drag coefficient)와 레이놀즈 수의 관계 (유체역학 교재 9장)

○ 낙구 점도계의 측정 원리

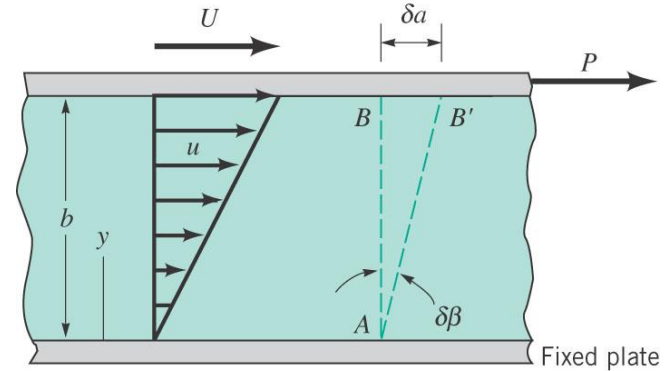
- 점도에 관한 관계식 유도: 힘의 평형 (중력, 부력, 항력)
- 구의 항력 및 항력계수에 관한 이론식: Stokes' law

○ 결과보고서 작성 요령

점성계수

○ 유체의 전단변형률 (rate of shear strain) $\dot{\gamma}$

- 점착조건 (no-slip condition)
 - 유체가 고체 경계면에 “고착한다(stick)”는 실험적 결과
 - 고체 표면에서 유속은 고체의 이동 속도와 동일



$$\delta\beta \approx \tan \delta\beta = \frac{\delta a}{b} = \frac{U\delta t}{b}$$

$$\dot{\gamma} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\beta}{\delta t} = \frac{U}{b} = \frac{du}{dy} \quad \text{속도 구배 (velocity gradient)}$$

○ 전단응력과 전단변형률(속도 구배)의 관계

$$\tau \propto \dot{\gamma} \quad \rightarrow \quad \tau = \mu \dot{\gamma} \quad \& \quad \dot{\gamma} = \frac{du}{dy} \quad \Rightarrow \quad \tau = \mu \frac{du}{dy}$$

- 전단변형률은 전단응력에 비례
- 비례상수 μ : 점성계수 (viscosity), 역학적 점성계수 (dynamic viscosity)

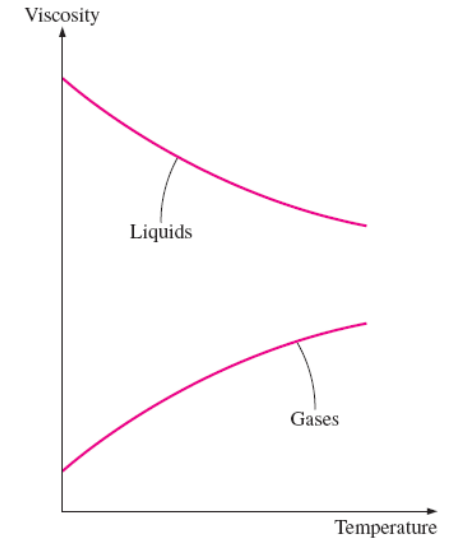
점성계수

○ (역학적) 점성계수 : (dynamic) viscosity μ

- 단위 : $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$, $\text{Pa} \cdot \text{s}$, $\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$, $\text{P}(=\text{dyne} \cdot \text{s}/\text{cm}^2, \text{poise})$
- 점성계수는 유체의 종류에 따라 다르며, 온도의 영향이 큼 (부록 그림 B.1)
- 온도가 증가하면 일반적으로 액체의 점성계수는 감소, 반면 기체의 점성계수는 증가

○ 동점성 계수 : kinematic viscosity $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

- 단위 : m^2/s , $\text{St}(=\text{cm}^2/\text{s}, \text{stokes})$
- 확산 계수(diffusion coefficient)의 의미를 가짐



○ 20°C 물의 점성 (부록 표 B.2)

$$\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s} \approx 1 \text{ cP}$$

$$\nu = 1.004 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s} \approx 1 \text{ cSt}$$

$$\text{cP} = 10^{-2} \text{P} = 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$$

$$\text{cSt} = 10^{-2} \text{St} = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$$

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight, ^b γ (kN/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N · s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Surface Tension, ^c σ (N/m)	Vapor Pressure, p_v [N/m ² (abs)]	Speed of Sound, ^d c (m/s)
0	999.9	9.806	1.787 E - 3	1.787 E - 6	7.56 E - 2	6.105 E + 2	1403
5	1000.0	9.807	1.519 E - 3	1.519 E - 6	7.49 E - 2	8.722 E + 2	1427
10	999.7	9.804	1.307 E - 3	1.307 E - 6	7.42 E - 2	1.228 E + 3	1447
20	998.2	9.789	1.002 E - 3	1.004 E - 6	7.28 E - 2	2.338 E + 3	1481
30	995.7	9.765	7.975 E - 4	8.009 E - 7	7.12 E - 2	4.243 E + 3	1507
40	992.2	9.731	6.529 E - 4	6.580 E - 7	6.96 E - 2	7.376 E + 3	1526
50	988.1	9.690	5.468 E - 4	5.534 E - 7	6.79 E - 2	1.233 E + 4	1541
60	983.2	9.642	4.665 E - 4	4.745 E - 7	6.62 E - 2	1.992 E + 4	1552
70	977.8	9.589	4.042 E - 4	4.134 E - 7	6.44 E - 2	3.116 E + 4	1555
80	971.8	9.530	3.547 E - 4	3.650 E - 7	6.26 E - 2	4.734 E + 4	1555
90	965.3	9.467	3.147 E - 4	3.260 E - 7	6.08 E - 2	7.010 E + 4	1550
100	958.4	9.399	2.818 E - 4	2.940 E - 7	5.89 E - 2	1.013 E + 5	1543

무차원 수 : 레이놀즈 수

○ 레이놀즈 수 (Reynolds number)

- 정의식

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

V : 특성 속도 (*characteristic velocity*)

L : 특성 길이 (*characteristic length*)

- 물리적 의미 (교재 7장)

$$Re = \frac{\text{관성력}}{\text{점성력}}$$

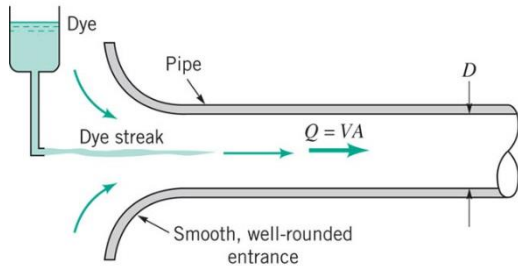
- 계산예 (예제 1.3)

- 밀도가 910 kg/m^3 이고 점성계수가 $0.38 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$ 인 유체가 직경이 25 mm 인 관 속을 2.6 m/s 의 속도로 흐를 때 레이놀즈 수를 구하시오.

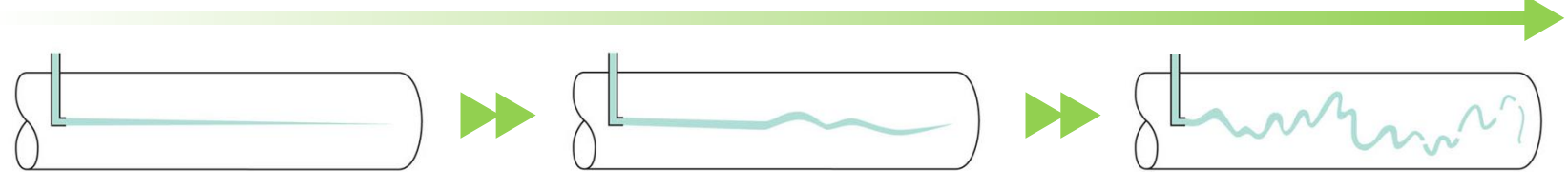
$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(910 \text{ kg/m}^3)(2.6 \text{ m/s})(0.025 \text{ m})}{0.38 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2} = 156$$

레이놀즈 수에 따른 유동 특성

○ Reynolds 실험 (유체역학 교재 8장)



Reynolds 수 증가



Osborne
Reynolds
실험

층류 유동
(Laminar flow)

불안정한 요동이 없는
안정된 유동
작은 교란이 존재해도
빨리 소멸

천이 유동
(Transitional flow)

간헐적인 난류 변동이
발생하는 유동

난류 유동
(Turbulent flow)

시간 및 공간에 대해
불규칙적으로 변하는
비정상 유동

부력과 안정성

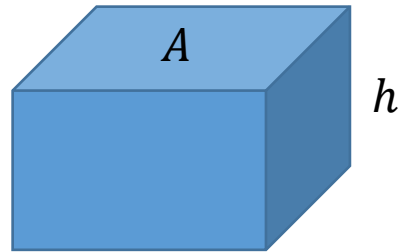
○ 아르키메데스(Archimedes)의 원리

- 부력 (buoyant force)
 - 물체가 유체에 완전히 또는 부분적으로 잠겨 있을 때, 물체에 작용하는 유체 힘의 합력
 - 깊이에 따른 유체 압력의 차이 때문에 위로 향하는 수직력 발생

$$F_B = \gamma_f V$$

(γ_f : 유체의 비중량, V : 잠겨있는 물체의 체적)

- 부력은 물체가 밀어낸 유체의 무게와 크기가 같고, 수직 위를 향함
- 부력 중심 (center of buoyancy) : 밀어낸 체적의 중심 (centroid of displaced volume)
- 부력 공식의 유도



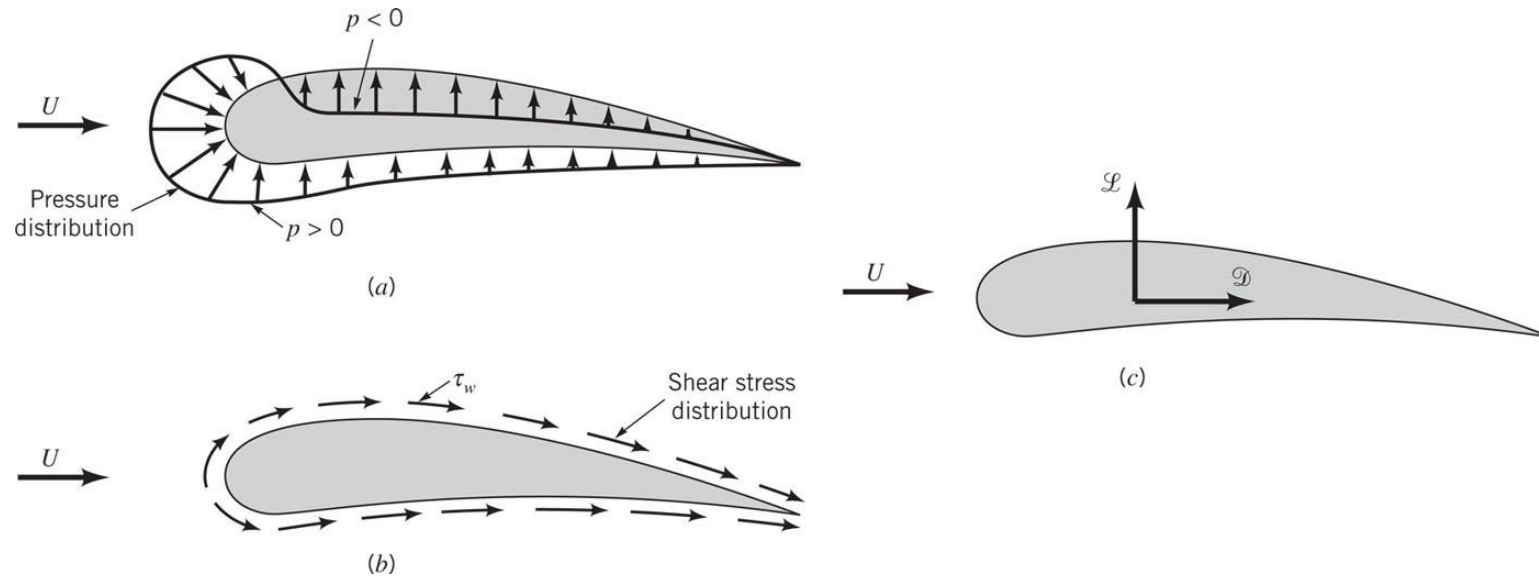
외부 유동의 일반적인 특징

○ 물체에 작용하는 유체의 힘

- 압력: 표면의 수직방향으로 작용
- 전단응력: 표면의 접선방향으로 작용

○ 항력과 양력

- 항력 (drag): 유체가 유동방향으로 물체에 가하는 힘
- 양력 (lift): 유체가 유동방향에 수직한 방향으로 물체에 가하는 힘



항력계수 및 양력계수

○ 항력계수와 양력계수

- 항력계수 (drag coefficient)
- 양력계수 (lift coefficient)

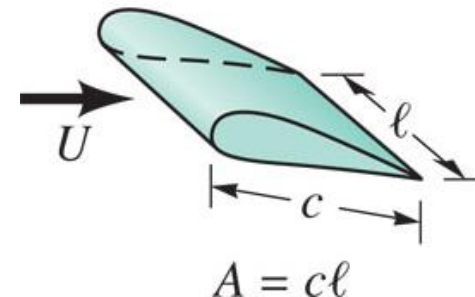
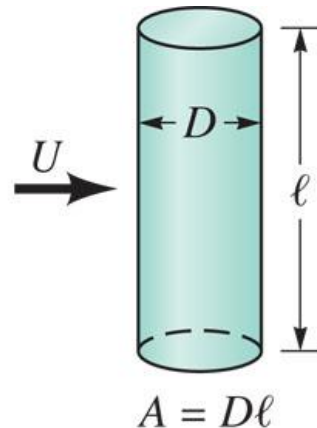
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$$

$$C_D = \phi(shape, Re, \dots)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$$

A : 물체의 특성 면적

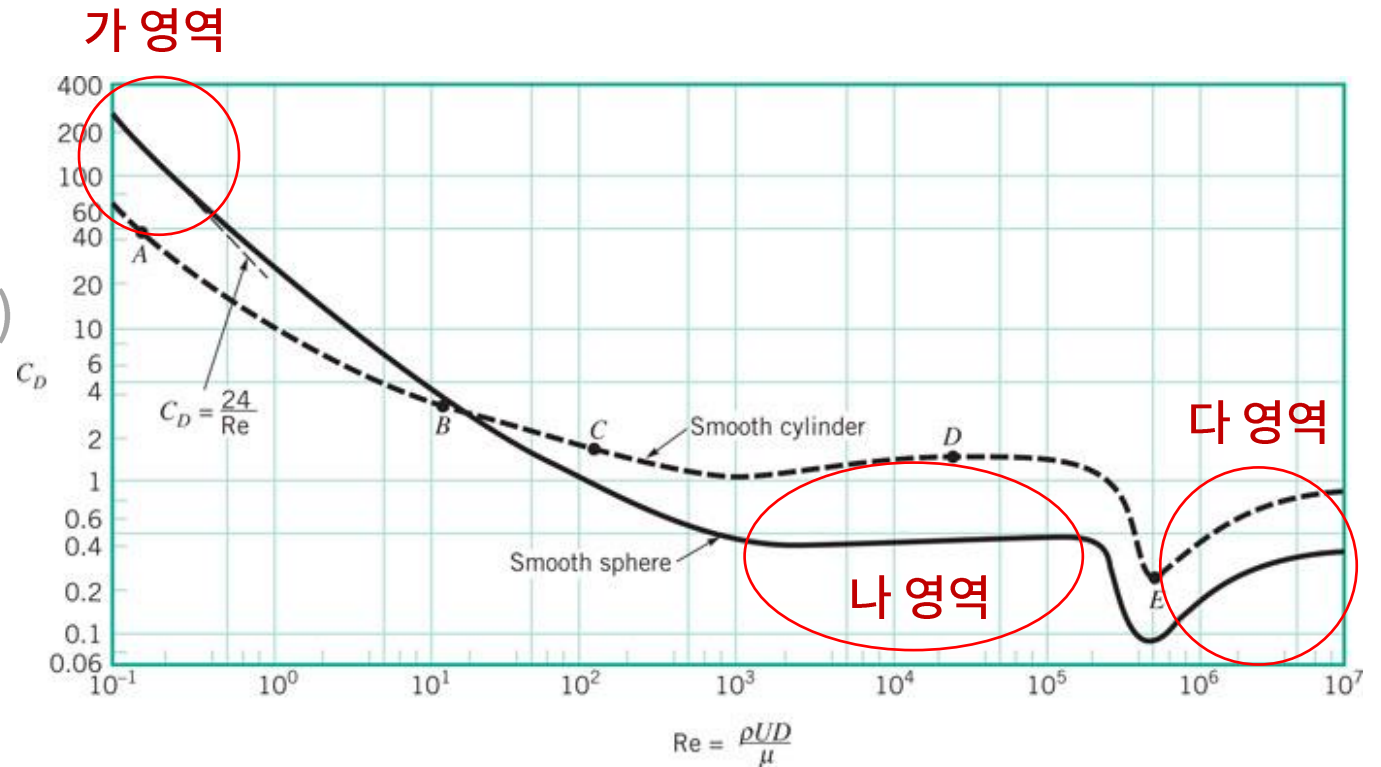
- 전면면적 (frontal area) : 유동방향으로 투영한 면적 (일반적으로 사용)
- 평면면적 (planform area) : 유동의 수직방향에서 투영한 면적



항력계수 : 레이놀즈 수의 영향

○ 레이놀즈 수의 영향

- Re가 작은 경우 ($Re < 1$)
 $F_D = 3\pi\mu UD$ (Stokes' law) $\rightarrow C_D = \frac{24}{Re}$
 - 마찰력과 압력힘의 평형
 - 관성력은 무시할 정도로 작음
- Re가 중간 정도
 - $C_D \sim$ 거의 일정 ($10^3 < Re < 10^5$)
- Re가 큰 경우
 - 경계층이 층류에서 난류로 천이
 - C_D 의 급격한 감소 ($10^5 < Re < 10^6$)



낙구 점도계

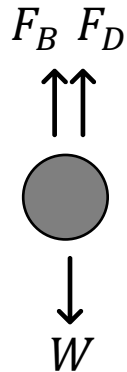
○ 낙구 점도계의 형상

- 구성: 실린더, 액체, 구
- 기본 원리

낙하시간
낙하속도 $\propto$ 점성계수 ?

○ 점도를 구하는 식 유도

- 힘의 평형



$$W = F_B + F_D$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{중력 : } W = m_s g = \gamma_s V \\ \text{부력 : } F_B = \gamma_f V \\ \text{항력 : } F_D = 3\pi\mu U d \quad \text{for } \text{Re} < 1 \quad (\text{Stokes' law}) \end{array} \right.$$

하첨자
s : sphere
f : fluid

$$\gamma_s V = \gamma_f V + 3\pi\mu U d$$

$$(\gamma_s - \gamma_f) \frac{1}{6} \pi d^3 = 3\pi\mu U d$$

종단속도 (terminal velocity, settling velocity)

$$\therefore \mu = \frac{1}{18} \frac{d^2}{U_{term}} (\gamma_s - \gamma_f) = \frac{1}{18} \frac{d^2}{U_{term}} (\rho_s - \rho_f) g$$

$$\therefore U_{term} = \frac{d^2}{18\mu} (\gamma_s - \gamma_f)$$



주의사항 : 실험에서는 종단속도를 측정할 수 없으므로 평균속도를 사용하여 μ 를 구함

낙구 점도계의 실험오차

○ 실험 오차에 대한 검토

- $Re < 1$ 가정의 타당성
- 평균속도와 종단속도의 차이
- 가속구간 고려



$$m_s \frac{dU}{dt} = W - (F_B + F_D)$$

$$m_s \frac{dU}{dt} = (\gamma_s - \gamma_f) \frac{1}{6} \pi d^3 - 3\pi\mu Ud$$

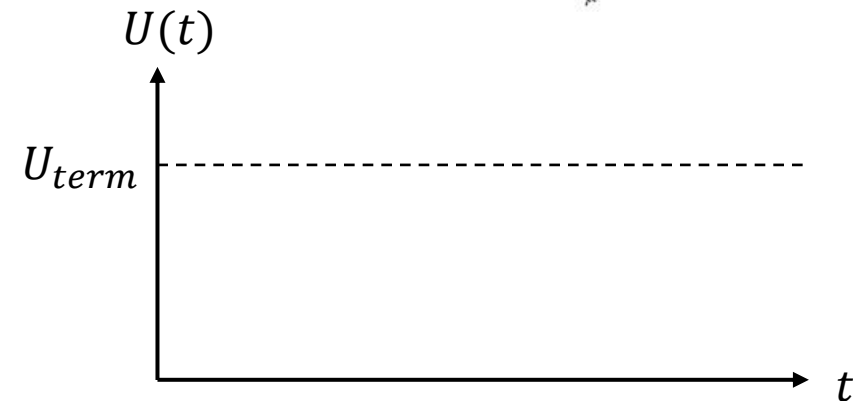
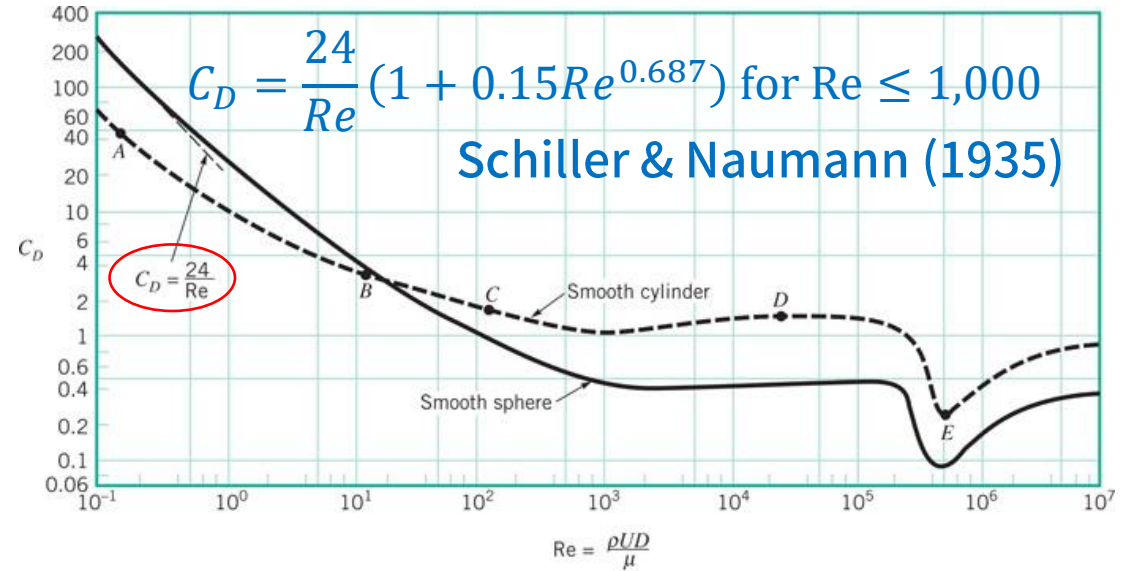
$$\text{측정 (평균속도)} : U_{exp} = \frac{H (\text{낙하거리})}{\Delta t (\text{낙하시간})}$$

- 낙하시간 측정 오차

- 예: 낙하시간 5초 + 측정 오차 0.5초 → 10% 오차
- 예: 낙하시간 50초 + 측정 오차 0.5초 → 1% 오차

낙하 시간이 적절히 길어야 함 → 적절한 구의 직경 선택

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$$



실험 내용

○ 실험 방법

- 3회 이상 실험을 수행하여 점도를 예측: 평균과 측정오차(최대값-최소값)을 구함
- 디지털 점도계의 측정값과 비교하여 오차를 계산하고, 오차의 원인을 분석함
- 액체의 점도는 온도에 따라 달라짐에 유의
 - 필요하면 온도를 측정

○ 글리세린의 점도 측정

- 구의 이동거리 2가지에 대해 각각 실험 수행

○ 세제의 점도 측정

- 구의 직경 3가지에 대해 각각 실험 수행



구의 직경: (1.5) mm

실험횟수	구의 이동거리 (m)	구의 이동시간 (초)	구의 평균속도 (m/s)	점성계수 (Pa·s)	레이놀즈 수
1	1.0				
2					
3					
1	0.3				
2					
3					

결과보고서

○ 결과보고서 내용 (1/2)

- 실험 데이터의 표 완성 (각 케이스별로 계산과정 예시를 포함할 것)
 - 사용된 가정을 만족하는지 검토 (예: Stokes' law 적용의 타당성)

- 구의 속도 $U(t)$ 를 시간 t 의 함수로 나타내기: 글리세린 및 세제 실험 조건

- 미분방정식의 풀이를 이용한 이론해 유도

$$U(t) = U_{term} \left[1 - \exp \left(-\frac{3\pi\mu d}{m_s} t \right) \right]$$

- 어떤 경우(구의 밀도/직경)에 종단 속도에 빨리 도착하는가? 논의

$$U(t) = U_{term} [1 - e^{-t/\tau}]$$

- 이론해의 그래프 그리기

- 실험 조건(글리세린/세제)에 대해 그리기

$$\tau = \frac{m_s}{3\pi\mu d} = \frac{\rho_s d^2}{18\mu} \quad (\text{구의 반응시간})$$

$t = \tau$ 일 때, 종단속도의 63% 도달

$t = 3\tau$ 일 때, 종단속도의 95% 도달

- 측정데이터를 이용하여 측정오차의 계산 및 분석

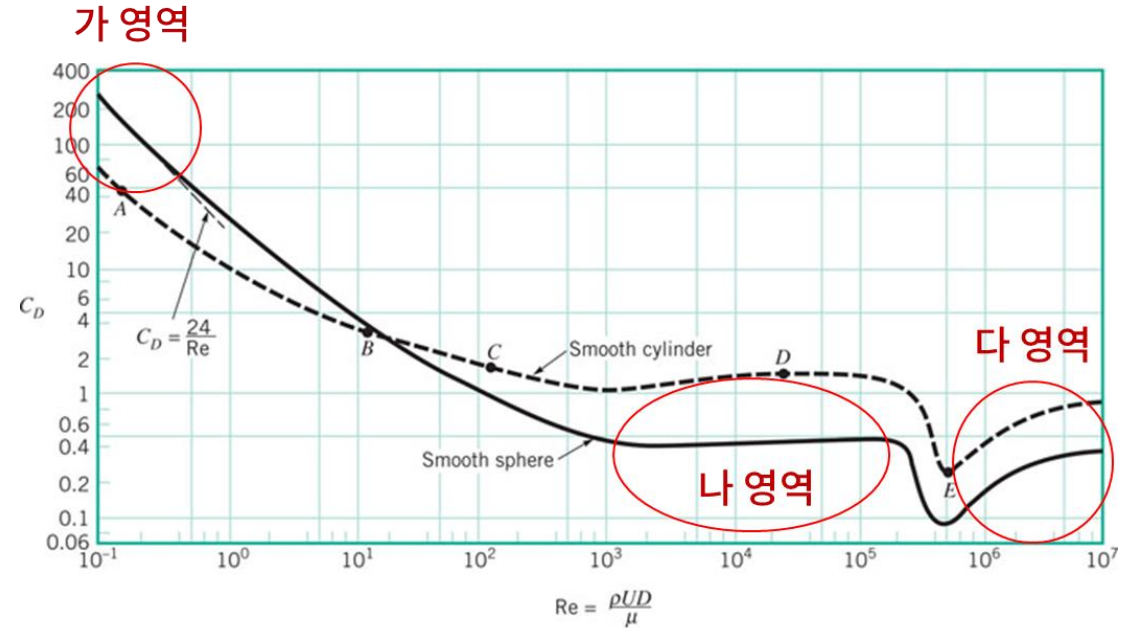
- 낙구 점도계의 정확성(디지털 점도계의 값과 비교)에 대해 논의 - 정확한/부정확한 이유
- Hint: 구의 직경/구의 낙하거리 등이 종단속도 도달시간/도달거리에 미치는 영향

결과보고서

○ 결과보고서 내용 (2/2)

- 구의 속도가 증가함에 따라 항력이 속도의 몇 승에 비례하여 증가/감소하는지 논의
 - 슬라이드 10번:가,나,다 영역

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$$



- 높이 1m의 낙구점도계를 사용하여 물의 점도를 정확하게 측정할 수 있을지 논의
 - 힌트: 종단속도에 도달하는 데 필요한 시간/낙하거리 파악

결과보고서

○ 이론해 유도과정 힌트

$$m_s \frac{dU}{dt} = W - (F_B + F_D)$$

$$m_s \frac{dU}{dt} = (\gamma_s - \gamma_f) \frac{\pi}{6} d^3 - 3\pi\mu U d$$

$$m_s \frac{dU}{dt} = -3\pi\mu d \left\{ U - \frac{d^2}{18\mu} (\gamma_s - \gamma_f) \right\}$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{3\pi\mu d}{m_s} (U - U_{term})$$

$$U_{term} = \frac{d^2}{18\mu} (\gamma_s - \gamma_f)$$

나머지는 직접 유도해 보세요~

$$\therefore U(t) = U_{term} \left[1 - \exp\left(-\frac{3\pi\mu d}{m_s} t\right) \right]$$

결과보고서

○ 결과보고서 제출 방법

- 표, 그래프를 제외하고 모든 내용을 **수기**로 작성 (분량: **5페이지 이내**)
 - 워드프로세스로 작성시 50%만 인정
- 보고서 첫 페이지 상단: **실험명, 학번, 이름** 작성
 - 표지 만들지 않음
- 보고서는 실험 조교에게 제출
- 문의할 사항이 있으면, 해당 실험의 담당교수(김동주, kdj@kumoh.ac.kr)에게 문의